3 차원 기하학적 조립을 위한 효율적인 점 구름 매칭

이나혁 [O, 1], 민주홍 [1], 이준하 [1], 김승욱 [1], 이강희 [2], 박재식 [2], 조민수 [1]
포항공과대학교 컴퓨터공학과/인공지능대학원 [1], 서울대학교 컴퓨터공학부 [2]
{nahyuk.lee, juhongm999, junha.lee, wookiekim, mscho}@postech.ac.kr, {kanghee.lee, jaesik.park}@snu.ac.kr

요 약

기하학적 형상들에 대한 더 큰 목표 구조체로의 조립은 다양한 컴퓨터 비전의 응용 분야에서 중요한 과제로 자리 잡고 있다. 본 연구에서는 이러한 문제를 극도로 낮은 중첩을 가진 기하학적 정합의 문제로 접근한다. 본 연구의 목적은 형상 조각들의 결합 표면에서 정확한 대응 관계를 찾아내고, 이를 통해 상대적인 강체 변환을 예측하는 것이다. 이를 위해, 본 연구는 프록시 매치 변환 (PMT), 즉 저비용의 메모리와 복잡도로 점 구름으로 표현된 부품 조각 간의 신뢰할 수 있는 대응 관계를 생성하는 고차 특징 변환 레이어를 소개한다. 또한, 우리는 실험을 통해 프록시 매치 변환이 기하학적 조립 데이터셋 (Breaking Bad [4])에서 최첨단 성능을 달성함과 동시에, 다른 고차원 특징 변환 방법들보다 더 효율적임을 보인다.

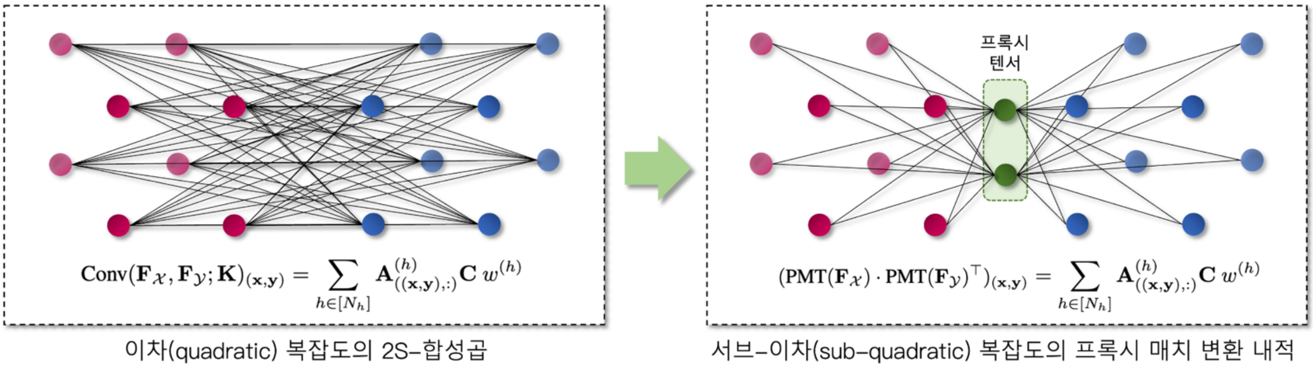

그림 1. 주어진 S-차원 특징 쌍에 대해, 프록시 매치 변환 (PMT)의 내적은 기존의 고차 합성곱 [5]이 필요로 하는 이차 복잡도와 비교하여 오로지 서브-이차 복잡도만으로 2S-합성곱을 표현할 수 있다.

1. 서론

형상 조립(Shape assembly)은 부서진 부품 조각들의 각 위치와 방향을 추론하여 더 큰 목표 구조체를 구성하는 작업으로, 다양한 컴퓨터 비전의 응용 분야에서 중요한 과제로 자리 잡고 있다 [1, 2, 3]. 하지만 그 중요성과 넓은 응용 범위에도 불구하고, 조립 문제의 복잡함으로 인해 아직 기계학습의 영역에서 충분히 탐구 되지 못하였다. 이러한 복잡성은 3 차원 형상의 복잡한 기하학적 구조를 이해하고 정확한 조립을 위해 형상 간의 신뢰할 수 있는 지역적 대응 관계(local correspondence)를 찾는 데에서 비롯된다. 형상 조립에서의 중요한 과제는 결합 표면(혹은 접합면)을 정확하게 식별하고 각 표면 간의 지역적 대응 관계를 확인하는 것이다. 기존 방법들은 이와 달리 객체 조각에 연결된 의미(semantic) 정보에 의존하였으며, 이는 추가적인 의미 레이블이 필요하기 때문에 그 응용 가능성이 한정적으로 제한되었다. 이러한 응용 범위를 넓히기 위해, [4]는 기하학적 조립 연구를 위해 물리적으로 부서진 객체를 시뮬레이션한 Breaking Bad 데이터셋을 소개하며 기하학적 조립 연구의 필요성을 제기하였다.

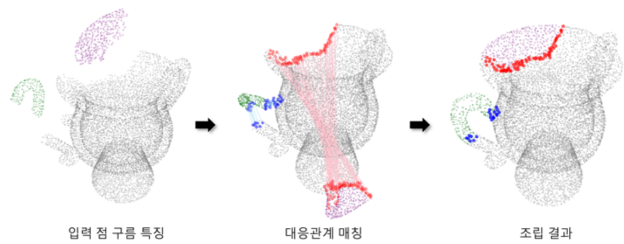

그림 2. 기하학적 형상 조립 과정

그림 2 에서 볼 수 있듯, 기하학적 형상 조립(Geometric shape assembly)은 노이즈가 많은 대응 관계의 정확성 향상을 목적으로 두고 있다는 면에서 고차원 특징 변환을 사용하는 점 구름 정합의 더 넓은 맥락 내에서 볼 수 있다. 그러나 고차원 특징 변환과 관련된 이차(quadratic) 복잡도로 인해, 그 사용은 주로 거친(course) 매치 공간으로 제한되었으며, 조밀한 점 구름 내 작은 복잡한 파열에 대한 세심

한 정합이 요구되는 기하학적 조립에는 적합하지 않다.

따라서, 이 연구에서는 기하학적 형상 조립 과정에 있어 세밀(fine) 수준 매칭을 고려하기 위해, 그림 1 에서와 같이 오로지 서브-이차(sub-quadratic) 복잡도만으로 기존의 고차 합성곱(high-order convolution)을 근사하는 고차 특징 변환(high-order feature transform) 레이어 프록시 매치 변환(Proxy Match Transform; PMT)을 제안한다. 그림 3 에서와 같이, PMT 는 거친(course) 수준에서 신뢰할 수 있는 특징 관계를 먼저 찾은 후, 세밀한(fine) 수준에서 이를 정제함을 통해 보다 더 신뢰성 있는 조각 간 강체 변환을 추론한다. 또한, 우리는 PMT 가 고차 합성곱(high-order convolution)을 근사하게 된 배경과 함께, 근사를 만족하기 위한 두 제약 사항을 소개한다.

2. 점 구름 매칭을 위한 고차 특징 변환

기하학적 조립에서 부서진 객체들 사이의 지역적 대응관계를 분석하는 것은 중요하다; 객체가 서로 맞닿는 표면, 즉 접합면은 꼭지점, 모서리, 그리고 표면이 매끄럽게 맞물리는 일관된 기하학적 특성을 보여야 한다. 이러한 객체 간 접합면의 신뢰성 있는 위치 관계를 파악하기 위해 모델은 가능한 모든 특징 대응점의 관계를 분석하고, 공간적으로 일관된 매치를 정확하게 식별해야 한다.

매칭과 정합 분야 [5, 6, 7] 및 그 응용 [8]에서, 매치 신뢰도를 평가하는 주된 접근 방식은 고차 합성곱을 이용하는 것이다. 이는 미분 가능하며, 이웃 매치 내의 패턴을 효과적으로 평가할 수 있다. 이 장에서, 우리는 이러한 고차 합성곱의 개념을 소개하고, 멀티-헤드 셀프-어텐션(Multi-head Self-Attention; MHSA)이 합성곱을 표현할 수 있다는 정리를 통해, 고차 합성곱에 대한 어텐션 표현을 진행한다 (2.1 절). 그 다음, 프록시 매치 변환(PMT)을 제안하고, PMT 가 어떻게 서브-이차 복잡도 만으로 고차 합성곱을 효과적으로 표현할 수 있는지 보인다 (2.2 절). 마지막으로, 고차 합성곱 근사를 위한 PMT 의 두 가지 제약 사항을 설명한다 (2.3 절).

2.1 고차 합성곱의 어텐션 표현

고차 합성곱은 더 많은 입력 함수, 특징 맵 또는 집합을 입력으로 받아 표준 합성곱을 일반화 한다. 기하학적 조립의 맥락에서, 우리는 두 개의 입력 점 구름 $\mathcal{X} = \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^3 | i = 1, \dots, N\}$ 와 $\mathcal{Y} = \{\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^3 | i = 1, \dots, N\}$를 고려하고, 각 점 구름에 연관된 특징 집합 $\mathcal{F}_\mathcal{X}$와 $\mathcal{F}_\mathcal{Y}$를 가진 2 차 합성곱에 집중한다. 표기의 용이를 위해, 우리는 이러한 특징 집합을 행렬 형태 $\mathbf{F}_\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{|\mathcal{X}| \times D_{\text{emb}}}$로 나타내며, 여기서 D_{emb}은 특징 임베딩 차원을 의미한다. 이러한 표기는 $\mathcal{Y}$에 또한 동일하게 적용된다. 또한 우리는 각 점 구름의 두 점 $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ 사이의 특징 대응 관계를 $\mathbf{C}_{(\mathbf{x},\mathbf{y})} := \mathbf{F}_\mathbf{x}\mathbf{F}_\mathbf{y}^T$로 표현한다. 마침내, $(\mathbf{F}_\mathcal{X}, \mathbf{F}_\mathcal{Y})$에 대한 2 차 합성곱은 커널 K와 함께 다음으로 정의되며:

$$\mathrm{Conv}(\mathbf{F}_\mathcal{X}, \mathbf{F}_\mathcal{Y}; \mathbf{K})_{(\mathbf{x},\mathbf{y})} := \sum_{(\mathbf{n},\mathbf{m}) \in \mathcal{N}(\mathbf{x}) \times \mathcal{N}(\mathbf{y})} \mathbf{C}_{(\mathbf{n},\mathbf{m})} K([\mathbf{n}-\mathbf{x}, \mathbf{m}-\mathbf{y}]), \quad (1)$$

여기서 $\mathcal{N}(\cdot)$은 이웃 점 집합을 나타내고, $K: \mathbb{R}^6 \to \mathbb{R}$의 합성곱 커널은 변위 벡터에서 학습 가능한 가중치 스칼라로의 매핑 함수를 의미한다.

한편, [9] 는 특정 조건 하에서의 합성곱과 셀프 어텐션의 관계를 보였다:

정리 (Cordonnier et al., 2020 [9]). *D_h 차원의 N_h개 헤드, 출력 차원 D_{out}, 그리고 $D_p \geq 3$의 위치 관계 임베딩(Relative Positional Embedding; RPE)를 가진 멀티-헤드 셀프-어텐션 레이어는 커널 크기 $\sqrt{N_h} \times \sqrt{N_h}$와 출력 차원 $min(D_h, D_{out})$을 가지는 어떠한 합성곱 레이어를 표현할 수 있다.*

이로부터 영감을 받아, 식 (1)의 고차 합성곱을 마찬가지로 어텐션 기반의 형태로 표현하면 다음과 같이 표현할 수 있다:

$$\begin{aligned}\mathrm{Conv}(\mathbf{F}_\mathcal{X}, \mathbf{F}_\mathcal{Y}; \mathbf{K})_{(\mathbf{x},\mathbf{y})} &:= \sum_{(\mathbf{n},\mathbf{m}) \in \mathcal{N}(\mathbf{x}) \times \mathcal{N}(\mathbf{y})} \mathbf{C}_{(\mathbf{n},\mathbf{m})} K([\mathbf{n}-\mathbf{x}, \mathbf{m}-\mathbf{y}]) \\ &= \sum_{h \in [N_h]} \mathbf{A}^{(h)}_{((\mathbf{x},\mathbf{y}),:)} \mathbf{C}\, w^{(h)}. \end{aligned} \quad (2)$$

그림 1 에 나타낸 바와 같이, 2 차 합성곱 (식 (1)~(2))는 공간적으로 일관된 대응 관계를 명확히 하고, 각 점 쌍 $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \in \mathcal{X} \times \mathcal{Y}$ 주변의 대응 패턴을 분석함으로써 그들의 특징 대응 관계 값을 업데이트한다. 하지만 [5, 6, 7, 8] 에서의 좋은 경험적 성능에도 불구하고, 2 차 합성곱의 결정적인 한계는 대응 관계 계산에 있어 입력 해상도에 따른 이차 복잡도 $\mathcal{O}(|\mathcal{X}| \cdot |\mathcal{Y}|)$를 가진다는 것이고, 이는 훈련 및 추론 단계 모두에서 상당한 계산 부담을 가중시킨다. 이것은 큰 공간적 해상도를 필요로 하는 많은 응용을 제한하며, 특히 기하학적 조립 작업은 정밀한 조립을 보장하기 위해 특히 고해상도에서의 정교한 매칭을 요구한다.

2.2 프록시 매치 변환 (PMT): 고차 합성곱의 효율적 근사

이러한 한계를 극복하기 위해, 우리는 프록시 매치 변환 (Proxy Match Transform; PMT)의 효율적인 고차 특징 변환 레이어를 도입하며, 이는 오로지 서브-이차 복잡도만으로 고차 합성곱을 효과적으로 표현할 수 있다. $(\mathbf{F}_\mathcal{X}, \mathbf{F}_\mathcal{Y})$의 입력 특징 한 쌍이 주어졌

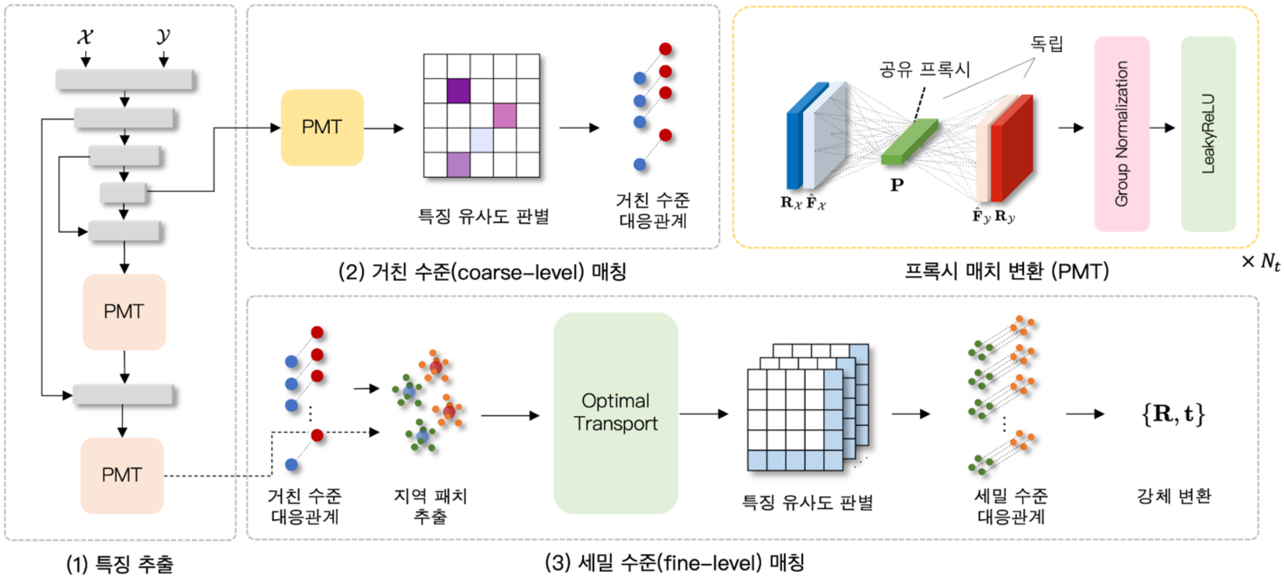

그림 3. 기하학적 조립을 위한 프록시 매치 변환 (PMT) 모델 구조. 제안되는 모델은 크게 두 가지 모듈로 구성되며: (i) 거친 수준에서의 매칭, (ii) 세밀 수준에서의 매칭, 각 모듈은 KPConv-FPN [11]에서 얻은 거친 수준(coarse-level) 특징과 세밀 수준(fine-level) 특징을 입력으로 사용한다.

을 때, N_h개의 헤드를 가진 2 개의 PMT 는 $\mathbf{F}_\mathcal{X}$와 $\mathbf{F}_\mathcal{Y}$ 각각에 대해 다음과 같이 정의되며:

$$\mathrm{PMT}(\mathbf{F}_\mathcal{X}) := \sum_{h\in[N_h]} \mathbf{A}_\mathcal{X}^{(h)} \mathbf{F}_\mathcal{X} \mathbf{P}^{(h)\mathrm{T}} w_\mathcal{X}^{(h)}, \tag{3}$$

$$\mathrm{PMT}(\mathbf{F}_\mathcal{Y}) := \sum_{h\in[N_h]} \mathbf{A}_\mathcal{Y}^{(h)} \mathbf{F}_\mathcal{Y} \mathbf{P}^{(h)\mathrm{T}} w_\mathcal{Y}^{(h)}, \tag{4}$$

여기서 $w_\mathcal{X}^{(h)} \in \mathbb{R}$ 은 학습가능한 가중치 스칼라, $\mathbf{A}_\mathcal{X}^{(h)} \in \mathbb{R}^{|\mathcal{X}|\times|\mathcal{X}|}$는 지역(local) 어텐션 행렬을 의미하고, $\mathcal{Y}$에 또한 동일하게 적용된다. 그리고 $\mathbf{P}^{(h)} \in \mathbb{R}^{D_\mathrm{proxy}\times D_\mathrm{emb}}$는 프록시 텐서이며, D_proxy는 프록시 텐서의 공간 해상도: $D_\mathrm{proxy} \ll |\mathcal{X}|$, $D_\mathrm{proxy} \ll |\mathcal{Y}|$를 의미한다. 이 프록시 텐서는 고차 합성곱의 근사를 위해 아래 조건을 만족한다:

$$\mathbf{P}^{(h)\mathrm{T}}\, \mathbf{P}^{(h)} = \mathbf{I}_{D_\mathrm{emb}}, \forall_{h\in[N_h]}, \tag{5}$$

중요한 사실은, PMT 레이어는 특징 매칭을 위해 각 특징 행렬 $\mathbf{F}_\mathcal{X}$와 $\mathbf{F}_\mathcal{Y}$에 대해 두 개의 ***독립적인*** 변환을 수행한다는 점이다. 이러한 독립에도 불구하고, 특징 쌍 간의 매칭은 ***공유 프록시 텐서*** $\mathbf{P}$에 의해 효과적으로 수행된다. 이 프록시 텐서는 특징 간 정보 교환을 허용하여, 매칭 점수를 포함하는 희소하고 제한적인 메모리 집약적 특징 대응 관계를 구성하여 이를 합성곱하는 것을 불필요하게 만든다. 추가적으로, $\mathbf{F}_\mathcal{X}$와 $\mathbf{F}_\mathcal{Y}$에 대해 서로 다른 파라미터 집합이 사용된다는 것도 주목할 가치가 있으며, 이는 매칭의 유연성과 적응성을 향상시킨다.

2.3 고차 합성곱 근사를 위한 제약 조건

PMT 가 고차 합성곱을 근사할 수 있도록 우리는 (i) 직교 정규성 제약: if $i = j$, $\mathbf{P}^{(i)T}\, \mathbf{P}^{(j)} = \mathbf{I}_{D_\mathrm{emb}}$, 그리고 (ii) 영(0) 제약: otherwise, $\mathbf{P}^{(i)T}\, \mathbf{P}^{(j)} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{D_\mathrm{emb}\times D_\mathrm{emb}}$ 의 두 가지 제약 조건을 가정한다. 이러한 프록시 텐서에 대한 제약 조건들 아래, 두 PMT 레이어 출력 간의 내적은 고차 합성곱을 효과적으로 근사한다:

$$\begin{aligned}(\mathrm{PMT}(\mathbf{F}_\mathcal{X}) \cdot \mathrm{PMT}(\mathbf{F}_\mathcal{Y})^\mathrm{T})_{(\mathbf{x},\mathbf{y})} \\ \approx \mathrm{Conv}\big(\mathbf{F}_\mathcal{X}, \mathbf{F}_\mathcal{Y}; \mathbf{K}\big)_{(\mathbf{x},\mathbf{y})}.\end{aligned} \tag{6}$$

학습을 통해 프록시 텐서가 이 두 조건을 만족하도록, 우리는 프록시 텐서에 대해 두 가지 보조 학습 목표를 설계한다. 제안하는 직교 정규성 손실 함수 $\mathcal{L}_\mathrm{orth}$와 영 손실 함수 $\mathcal{L}_\mathrm{zero}$는 다음과 같다:

$$\mathcal{L}_\mathrm{orth} = \sum_{(i,j)\in[N_h]^2} \delta(i,j)\, (\mathbf{P}^{(h)\mathrm{T}}\mathbf{P}^{(h)} - \mathbf{I}_{D_\mathrm{emb}}), \tag{7}$$

$$\mathcal{L}_\mathrm{zero} = \sum_{(i,j)\in[N_h]^2} (1 - \delta(i,j))\, \mathbf{P}^{(h)\mathrm{T}}\mathbf{P}^{(h)}. \tag{8}$$

3. 기하학적 조립 파이프라인

그림 3 은 기하학적 조립을 위한 제안하는 모델의 전체 구조를 보여준다. 우리는 GeoTransformer [10]와 같은 점 구름 정합 분야의 최근 발전을 기반으로 하여, 그것의 성능을 최적화하기 위해 두 가지

표 1. Breaking Bad [4] 데이터셋에서의 기하학적 조립의 양적 결과

Method	CRD ↓ (10^{-2})	CD ↓ (10^{-3})	RMSE (R) ↓ (°)	RMSE(T) ↓ (10^{-2})	CRD ↓ (10^{-2})	CD ↓ (10^{-3})	RMSE (R) ↓ (°)	RMSE(T) ↓ (10^{-2})
	`everyday`				`artifact`			
Global [12]	25.10	13.80	86.40	28.80	24.70	12.39	87.59	26.69
LSTM [13]	27.90	15.20	85.20	30.70	24.07	11.12	83.86	25.84
DGL [14]	24.20	12.10	85.50	28.10	24.62	10.68	86.03	26.36
NSM [15]	22.23	14.54	80.83	24.85	23.18	9.97	83.97	11.37
GeoTrans [10]	**1.66**	1.23	34.40	8.82	2.65	2.22	46.63	11.37
PMT (Ours)	1.67	**1.05**	**33.40**	**8.16**	**2.46**	**2.08**	**40.08**	**10.39**

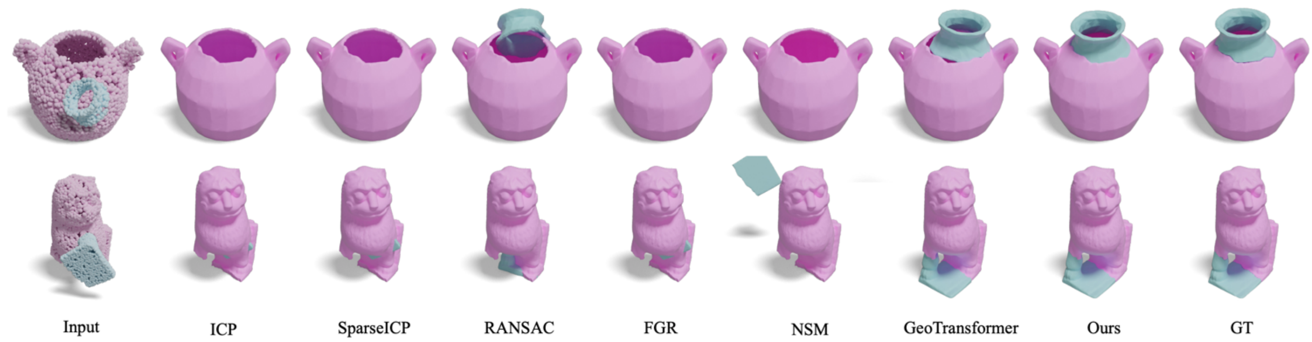

그림 4. Breaking Bad [4] 데이터셋에서의 기하학적 조립의 질적 결과

주요한 개선 사항을 도입한다: (i) 거친 수준 매처를 PMT 레이어로 대체, (ii) KPConv-FPN [11] 내 하위 2 개 업-샘플링 레이어 뒤 세밀 수준 매처로서의 PMT 레이어 추가. 보다 자세한 모델 구조의 이해를 위해, 우리는 독자에게 [10]를 읽을 것을 권한다.

4. 실험 결과 및 분석

제안하는 기법의 성능을 평가하기 위해, 우리는 Global [12], LSTM [13], DGL [14], NSM [15]과 같은 학습 기반 형상 조립 기법들과의 종합적인 비교를 수행한다. 처음 세 가지 방법은 [4]의 이전 연구에서 비교군으로 사용된 의미론적 형상 조립 모델이다. 그리고, NSM [15]은 기하학적 조립을 위한 현존하는 유일한 학습 기반 모델이다. 마지막으로, 우리는 점 구름 정합의 최첨단 기법인 GeoTransformer [10]와의 비교를 수행한다.

우리는 NVIDIA GeForce RTX 3090 의 단일 GPU 환경에서 동일하게 모든 실험을 진행하였고, ADAM 최적화 [16]와 1×10^{-3} 의 학습률로 300 에폭을 반복하였다 (GeoTransformer [10]의 경우 발산을 피하기 위해 학습률을 1×10^{-4} 로 설정). 또한 객체 간 점 밀도를 균일하게 하기 위해 우리는 목표 구조체에서 5,000 개의 점을 샘플링 하고, 각 부품의 부피에 비례하여 각 샘플 점 개수를 할당하였다.

우리는 Breaking Bad [4] 데이터셋의 `everyday` 및 `artifact` 하위 집합에서 우리의 기법을 평가하고 경쟁 기법들과 비교한다. 표 1 은 이에 대한 양적 결과를 보여주며, 우리의 기법이 데이터셋의 두 하위 집합 모두에서 모든 비교군들을 일관되게 능가함을 보여준다. 또한, 그림 4 에서 우리는 PMT 를 포함한 모든 기법들에 대한 질적 결과를 제공한다. 가장 왼쪽 열에서 나타나듯 모든 기법들은 입력으로 점 구름 쌍을 사용하며, 우리는 더 나은 시각화를 위해 나머지 결과들을 메쉬를 사용하여 나타냈다.

5. 결론

우리는 이전의 계산 집약적 고차 합성곱의 효율적인 근사를 위해 설계된 새로운 저복잡성 고차 특징 변환 레이어 프록시 매치 변환(PMT)를 제안한다. 이는 복잡한 기하학적 특징 대응 관계 분석의 성능을 크게 발전시키면서 동시에 이에 대한 계산 비용을 줄인다. 하지만, 이러한 기하학적 조립에서의 뛰어난 성능에도 불구하고 PMT 는 현재 2 개의 객체만을 조립하는 쌍대 조립에 중점을 두고 있기 때문에, 향후 다중 부품 조립의 영역으로 문제를 확장하여 연구될 필요가 있다.

감사의 글

이 연구는 (주)카카오브레인과 정보통신기획평가원(No.2021-0-02068: AI Innovation Hub)의 지원을 받아 수행된 연구임.

참고문헌

[1] Zeng, Andy, et al. "Transporter networks: Rearranging the visual world for robotic manipulation." Conference

on Robot Learning. PMLR, 2021.
[2] Li, Honghua, et al. "Stackabilization." *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 31.6 (2012): 1-9.
[3] Jacobson, Alec. "Generalized matryoshka: Computational design of nesting objects." *Computer Graphics Forum*. Vol. 36. No. 5. 2017.
[4] Sellán, Silvia, et al. "Breaking bad: A dataset for geometric fracture and reassembly." *Advances in Neural Information Processing Systems* 35 (2022): 38885-38898.
[5] Rocco, Ignacio, et al. "Neighbourhood consensus networks." *Advances in neural information processing systems* 31 (2018).
[6] Choy, Christopher, Wei Dong, and Vladlen Koltun. "Deep global registration." *Proceedings of the IEEE/CVF conference on computer vision and pattern recognition*. 2020.
[7] Min, Juhong, and Minsu Cho. "Convolutional hough matching networks." *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 2021.
[8] Min, Juhong, Dahyun Kang, and Minsu Cho. "Hypercorrelation squeeze for few-shot segmentation." *Proceedings of the IEEE/CVF international conference on computer vision*. 2021.
[9] Cordonnier, J. B., A. Loukas, and M. Jaggi. "On the relationship between self-attention and convolutional layers. arXiv 2019." *arXiv preprint arXiv:1911.03584* (2019).
[10] Qin, Zheng, et al. "Geometric transformer for fast and robust point cloud registration." *Proceedings of the IEEE/CVF conference on computer vision and pattern recognition*. 2022.
[11] Thomas, Hugues, et al. "Kpconv: Flexible and deformable convolution for point clouds." *Proceedings of the IEEE/CVF international conference on computer vision*. 2019.
[12] Li, Jun, Chengjie Niu, and Kai Xu. "Learning part generation and assembly for structure-aware shape synthesis." *Proceedings of the AAAI conference on artificial intelligence*. Vol. 34. No. 07. 2020.
[13] Zhang, Chi, et al. "Pyramid graph networks with connection attentions for region-based one-shot semantic segmentation." *Proceedings of the IEEE/CVF International Conference on Computer Vision*. 2019.
[14] Zhan, Guanqi, et al. "Generative 3d part assembly via dynamic graph learning." *Advances in Neural Information Processing Systems* 33 (2020): 6315-6326.
[15] Chen, Yun-Chun, et al. "Neural shape mating: Self-supervised object assembly with adversarial shape priors." *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 2022.
[16] Kingma, Diederik P., and Jimmy Ba. "Adam: A method for stochastic optimization." *arXiv preprint arXiv:1412.6980* (2014).